

9. Übungsblatt (zu rechnen bis zum 26.11.2007)

Aufgabe 35: Finden Sie die Laplace-Transformierte der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \alpha & a < x < b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad 0 \leq a < b < \infty.$$

Aufgabe 36: Zeigen Sie, dass für eine periodische Funktion mit Periode a , d.h. $f(t) = f(t + a)$, $t \geq 0$, die Laplace-Transformation durch

$$L(f)(p) = \frac{\int_0^a e^{-pt} f(t) dt}{1 - e^{-ap}}, \quad \Re p > 0,$$

gegeben ist.

Aufgabe 37: Benutzen Sie das Ergebnis der vorhergehenden Aufgabe, um die Laplace-Transformation der Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < \frac{a}{2} \\ -1 & \frac{a}{2} < t < a \end{cases},$$

$f(t + a) = f(t)$, $t \geq 0$ zu berechnen.

Aufgabe 38: Lösen Sie mittels Laplace-Transformation die Differentialgleichung mit den zugehörigen Anfangsbedingungen:

$$y'' - 4y = 4e^{2t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Aufgabe 39: Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das System von Differentialgleichungen mit den zugehörigen Anfangsbedingungen:

$$y' + z' - 3z = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0,$$

$$y'' + z' = 0, \quad z(0) = \frac{4}{3}.$$